



**Лекция 1. Динамика  
поступательного и вращательного  
тела**

# 1.1. Основные понятия и законы поступательного движения

**Механика** - часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

**Механическое движение** - изменение взаимного положения тел или их частей в пространстве со временем.



**Опр. Материальная точка** - тело, размерами, формой и внутренним строением которого в данной задаче можно пренебречь

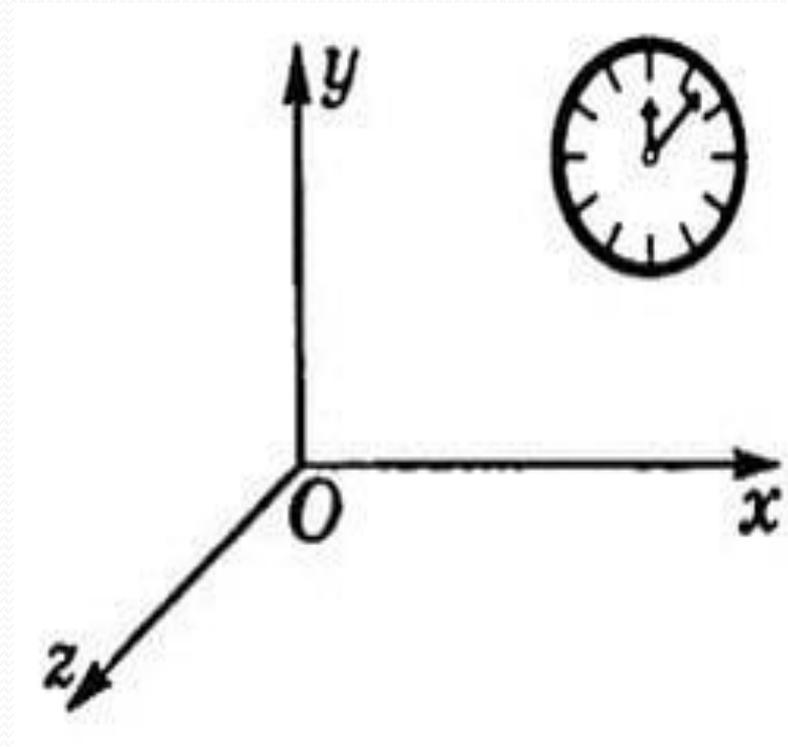
**Опр. Абсолютно твердое тело** - тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками этого тела остается постоянным

**Опр. Абсолютно упругое тело** - Тело, деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения действия внешних сил принимает свои первоначальные размеры и форму.

**Опр. Система отсчета** – совокупность системы координат и часов, связанных с телом по отношению к которому изучается движение.

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

**Опр. Перемещение** – ф.в., характеризующая направление движения и численно равная вектору, соединяющему начало и конец движения



**Опр. Поступательное движение** – движение, при котором линии тела остаются параллельными сами себе

**Опр. Скорость** – ф.в., характеризующая быстроту изменения положения тела относительно других тел.

$$\vec{v} = \frac{\vec{S}}{t}$$

- равномерное прямолинейное

$$\vec{v} = \frac{d\vec{S}}{dt}$$

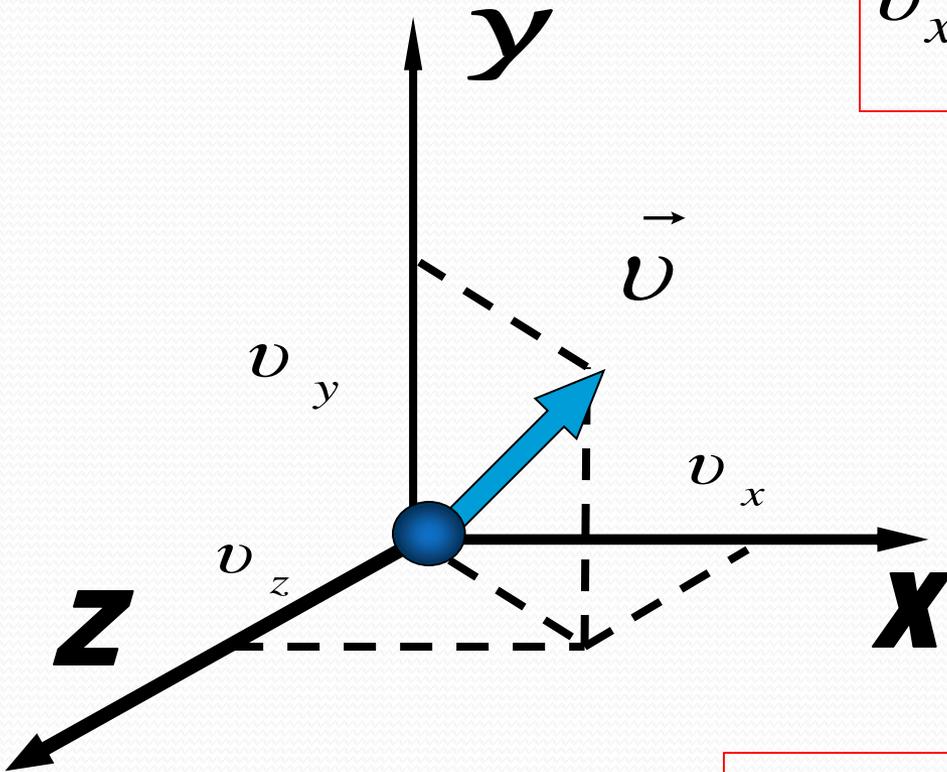
- движение с переменной скоростью

Проекции вектора скорости на оси равны:

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt}$$



$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

**Опр. Ускорение** – ф.в., характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$a = [m / c^2]$$

**Опр. Сила** – физическая величина, характеризующая интенсивность взаимодействия физических объектов (тел, полей)

$$\vec{F} = [H = \frac{кг \cdot м}{с^2}]$$

### **Первый закон Ньютона**

**Всякому телу свойственно сохранять состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, пока и поскольку другие тела не вынудят его изменить это состояние (закон инерции)**

**Опр. Масса** – физическая величина, характеризующая способность тела совершать поступательное движение после прекращения действия сил

$$m = [кг]$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\vec{a}_2|}{|\vec{a}_1|}$$

### Второй закон Ньютона

**Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела**

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

## Второй закон Ньютона в импульсной форме

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \Rightarrow \quad m \cdot d\vec{v} = \vec{F} \cdot dt \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d(m \cdot \vec{v}) = \vec{F} \cdot dt \quad \Rightarrow \quad d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$

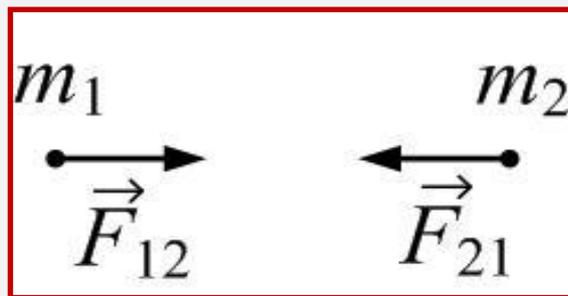
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Второй закон Ньютона:

Изменение импульса тела равно импульсу действовавшей на тело силы

# Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер ВЗАИМОдействия



**Третий закон Ньютона:**

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

## Виды фундаментальных взаимодействий:

### 1. Гравитационное

- Присуще всем материальным объектам.
- Определяется наличием у тел массы
- Подчиняется закону всемирного тяготения Ньютона
- Имеет неограниченный радиус действия. В области микромира роль гравитационного взаимодействия ничтожно мала.

### 2. Слабое

- Приводит к определенному виду нестабильности элементарных частиц.
- Имеет ограниченный радиус действия
- Существенно только в области микромира.

### 3. Электромагнитное

- Возникает между телами, имеющими электрический заряд.
- Две составляющие: электрическая и магнитная.
- Неограниченный радиус действия.
- Образование атомов, молекул, макроскопических тел.

### 4. Ядерное или сильное взаимодействие

- Имеет конечный ( $\sim 10^{-15}$  м) радиус действия
- Существенно только в микромире.

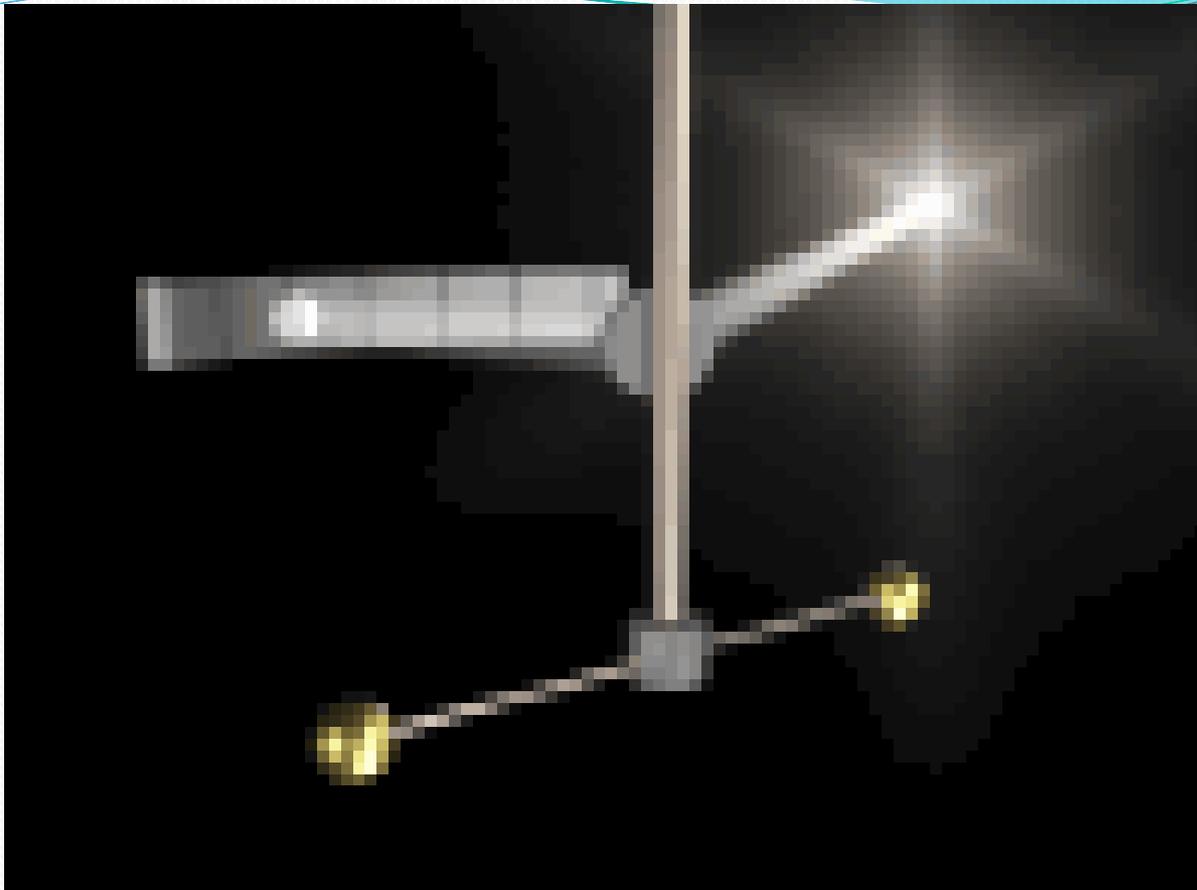
Если условно принять интенсивность сильного взаимодействия за 1, то интенсивность электромагнитного взаимодействия будет  $10^{-2}$ , слабого взаимодействия  $10^{-13}$ , а гравитационного  $10^{-40}$ .

**Гравитационные и электромагнитные** силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют **фундаментальными**.

Законы фундаментальных сил просты и выражаются точными формулами. Для примера можно привести формулу гравитационной силы взаимодействия двух материальных точек, имеющих массы  $m_1$  и  $m_2$  :

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $r$  – расстояние между точками,  $\gamma$  – гравитационная постоянная.



В качестве второго примера можно привести формулу для определения силы электростатического взаимодействия двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где  $k_0$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Как видно, формулы для фундаментальных сил являются простыми и точными.

Для других сил, например, для упругих сил и сил трения можно получить лишь приближенные, эмпирические формулы.

# I. Силы

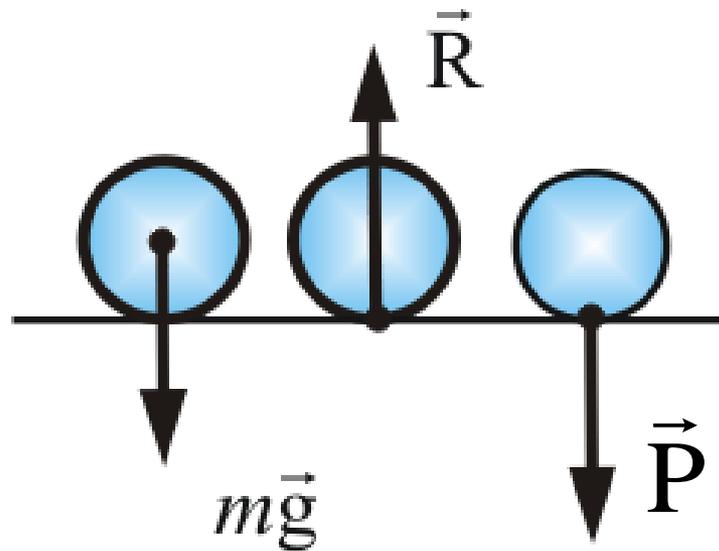
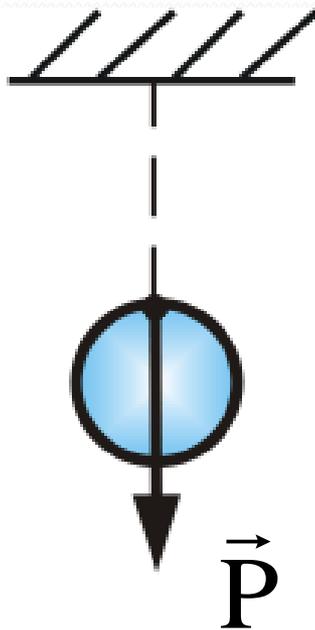
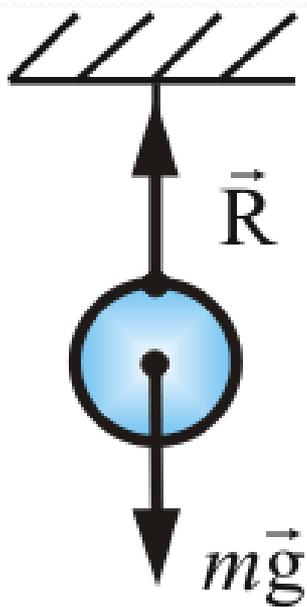
- Силы трения
- Силы тяготения (гравитационные силы)
- Силы тяжести (вес тела)
- Силы упругости

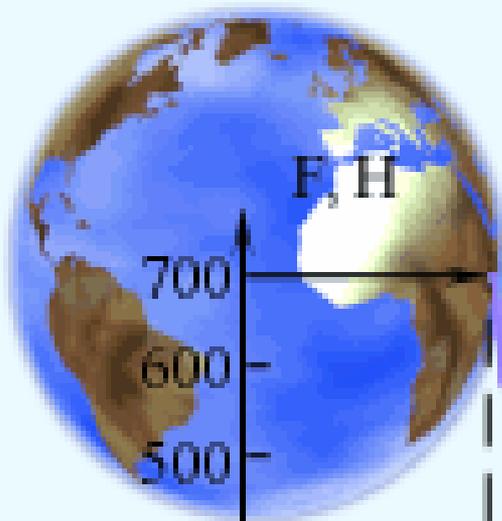
Одна из фундаментальных сил – сила гравитации проявляется на Земле в виде **силы тяготения** – сила, с которой все тела притягиваются к Земле.

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением – *ускорением свободного падения*  $g$ , (вспомним школьный опыт – «трубка Ньютона»). Отсюда вытекает, что в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело действует сила тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

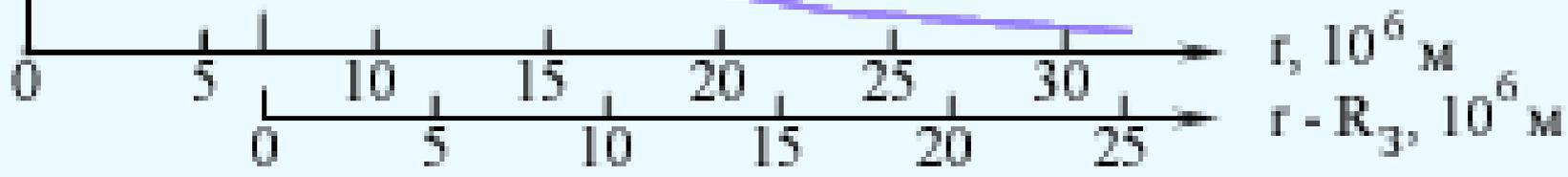
Если подвесить тело или положить его на опору, то **сила тяжести** уравнивается силой, которую называют **реакцией опоры или подвеса**  $\vec{R}$  или  $\vec{N}$





$$r = R_3 = 6,38 \cdot 10^6 \text{ M}$$

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$$



*Электромагнитные силы проявляют себя как упругие силы и силы трения.*

Под действием внешних сил возникают *деформации* (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется *упругой*. Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется *пределом упругости*.

**Опр. Деформация** – физическое явление, при котором наблюдается изменение формы, размеров тел при наличии внешних воздействий

**Опр. Сила упругости** – сила, возникающая при деформации тел

**Опр. Абсолютное удлинение** – ф.в., характеризующая изменение размеров тел при деформации относительно их первоначальных размеров

$$\Delta l = |l_2 - l_1|$$

$$\Delta l = [м]$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\%$$

**Опр. Относительно удлинение** –

ф.в., характеризующая величину изменения

размеров тел при деформации, выраженная в процентах

## Опр. Механическое напряжение –

-ф.в., характеризующая величину действия силы на площадь поперечного сечения деформируемого тела.

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{dF}{dS} \quad \sigma = \left[ \frac{H}{m^2} \right]$$

Закон Р. Гука в локальной форме

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

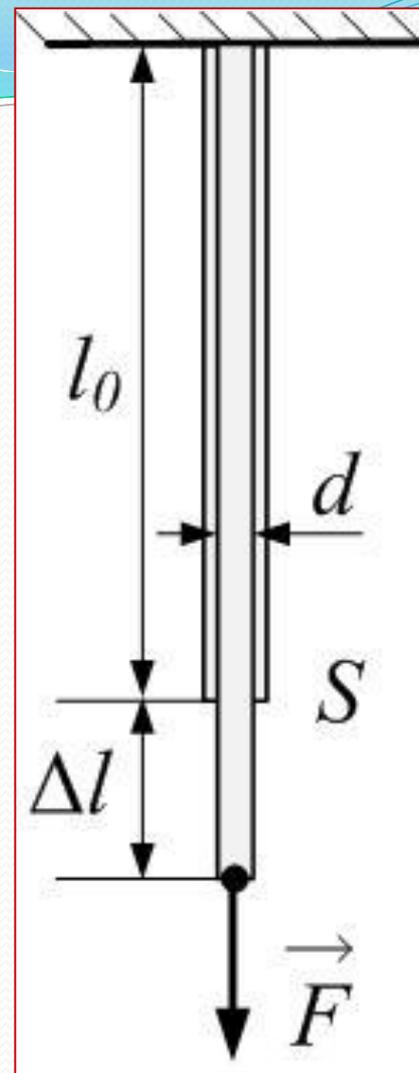
где  $E$  – модуль Юнга.

Опр. Модуль Юнга – ф.в.,

характеризующая механическое

напряжение, вызывающее относительное удлинение

равное единице.



Установим взаимосвязь силы, вызывающей деформацию тела и характеристик самого тела (размеров, вещества и т.п.)

$$F = \sigma \cdot S = E \cdot \varepsilon \cdot S = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot S = \frac{ES}{l} \Delta l = k \cdot \Delta l$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

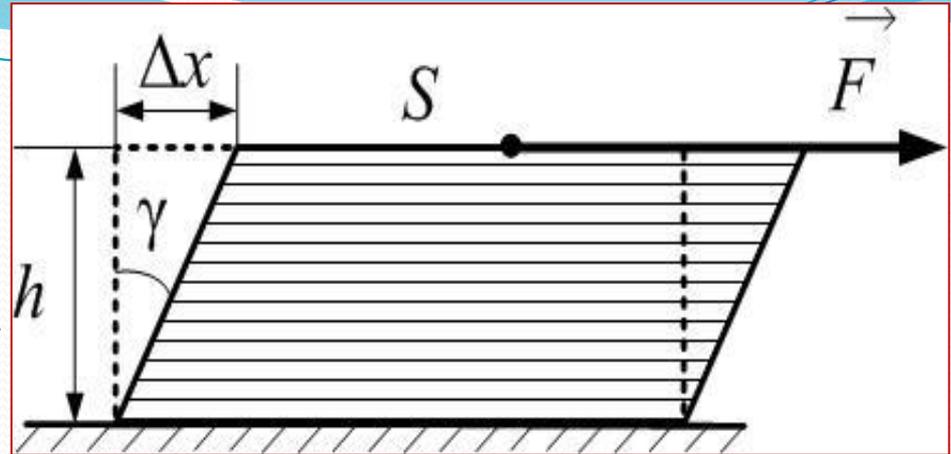
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Закон Р. Гука для деформации растяжения и сжатия

$$F = -k \cdot \Delta l$$

где  $k = \frac{ES}{l}$  - коэффициент упругости (жесткость)

**Опр. Деформация сдвига** – деформация, при которой наблюдается смещение слоев тела относительно друг друга под внешним воздействием



Тангенсальное (касательное напряжение)

$$\tau = \frac{dF}{dS} \qquad \tau = G \cdot \gamma$$

**Закон Р. Гука для деформации сдвига:**

где  $G = \frac{E}{2(1 + K_{\text{П}})}$  - модуль сдвига,

$$K_{\text{П}} = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \quad \text{- коэффициент Пуассона}$$

# Экспериментальная зависимость механического напряжения от относительной продольной деформации

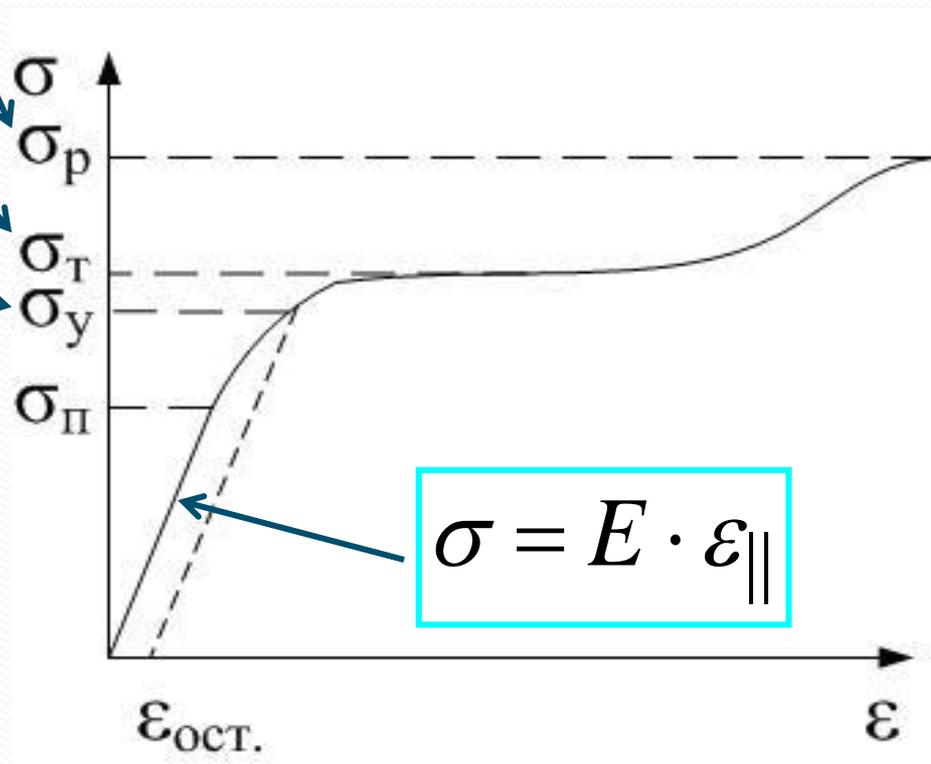
**Пределы:**

**Прочности**

**Текучести**

**Упругости**

**Пропорциональности**



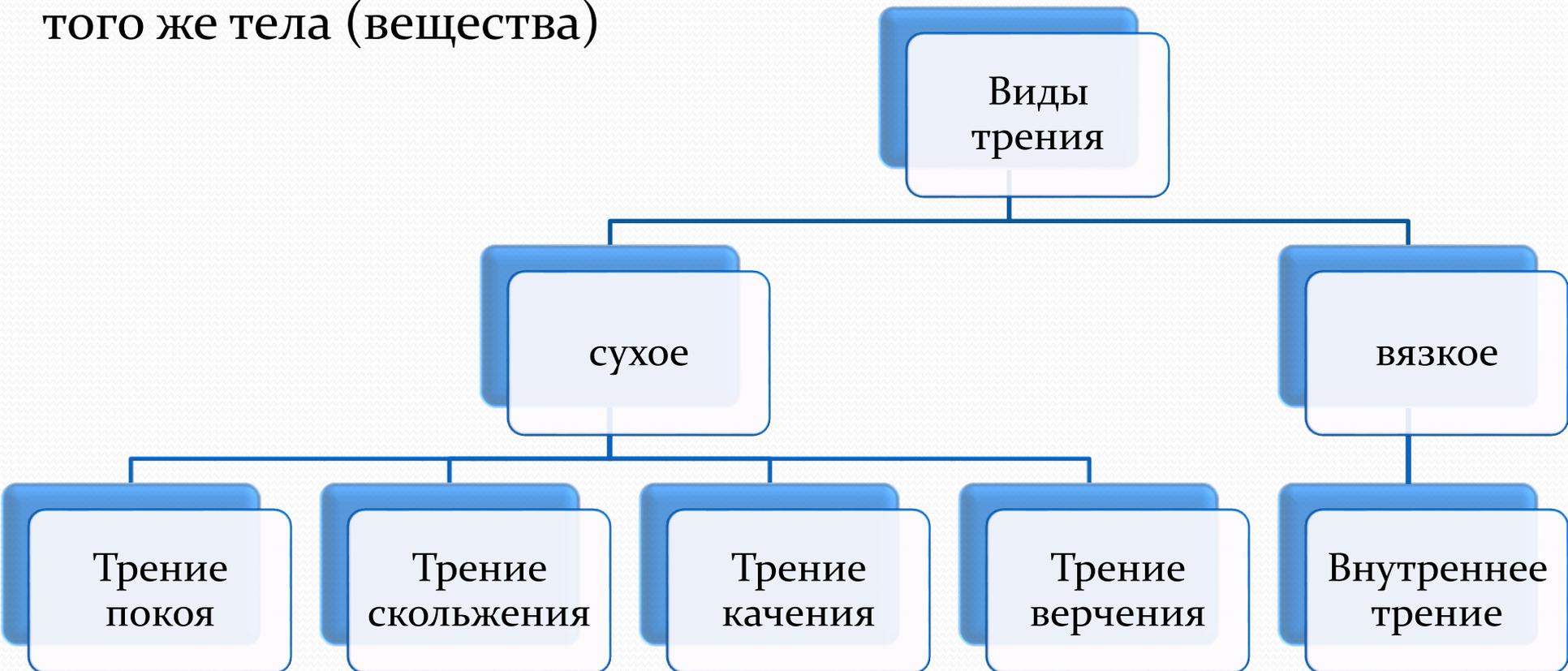
**Опр. Упругая деформация** - деформация, при которой тело после снятия нагрузки возвращается к первоначальным размерам и форме (можно пренебречь остаточной деформацией).

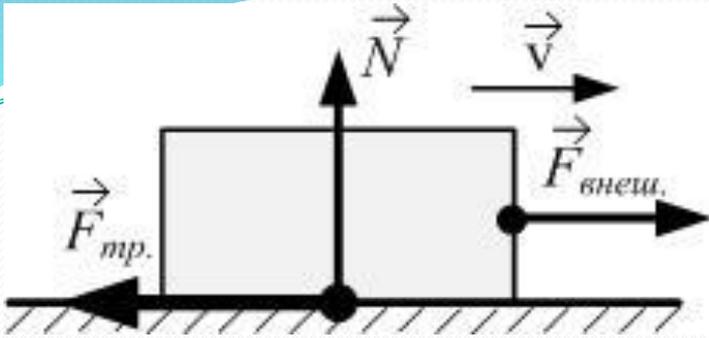
**Опр. Пластичная деформация** - деформация, при которой тело после снятия нагрузки изменяет форму и размеры

**Опр. Сила трения** - сила, возникающая при соприкосновении двух тел (веществ) в следствии их шероховатости

**Опр. Внешнее трение** – трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении

**Опр. Внутренне трение** – трение между частями одного и того же тела (вещества)





## Закон трения:

сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления, с которой одно тело действует на другое

$$F_{тр.} = \mu N$$

Закон трения скольжения (для гладких поверхностей)

$$F_{тр.} = \mu(N + Sp_0)$$

где  $p_0$  - добавочное давление, обусловленное силами межмолекулярного притяжения, которые быстро уменьшаются с увеличением расстояния между частицами;  
 $S$  - площадь контакта поверхностей

Установлено, что *максимальная сила трения покоя* не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно *пропорциональна модулю силы нормального давления  $N$*

$$F = \mu N,$$

$\mu_0$  – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

Аналогично и *для силы трения скольжения*:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N$$

*Трение качения* возникает между шарообразным телом и поверхностью, по которой оно катится. Сила трения качения подчиняется тем же законам, что и скольжения, но коэффициент трения  $\mu$  здесь значительно меньше.

**Опр. Механическая система** – совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как целое.

**Опр. Внутренние силы** – силы взаимодействия материальных точек (тел) между собой внутри системы.

**Опр. Внешние силы** – силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела.

**Опр. Замкнутая система** – система тел, на которую не действуют внешние силы.

Если система замкнута, то:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

Следовательно:

$$\vec{p} = \text{const}$$

**Закон сохранения импульса:** геометрическая сумма импульсов замкнутой системы тел остается постоянной при любых взаимодействиях тел данной системы.

$$\sum_i \vec{p}_i = \text{const}$$

Опр. Энергия – ф.в., характеризующая взаимодействие и движение всех видов материи

Энергия – функция состояния, однозначно определяется состоянием системы

**Закон сохранения энергии:**

Полная энергия замкнутой системы сохраняется

Если 
$$\sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш.}} = 0 \Rightarrow W_{\text{полная}} = \text{const}$$

# Механическая энергия

```
graph TD; A[Механическая энергия] --> B[Кинетическая]; A --> C[Потенциальная];
```

## Кинетическая

(энергия  
движения)

## Потенциальная

(энергия взаимодействия и  
взаимного положения тел, т.к.  
величина взаимодействия  
зависит от положения тел)

**Опр. Кинетическая энергия** – энергия движения  
(обладают только движущиеся тела)

$$W_{\text{кин.}} = \frac{mv^2}{2}$$

**Опр. Потенциальная энергия в однородном поле тяготения** – энергия взаимодействия планет и тел, находящихся вблизи их поверхности

$$W_{\text{пот.}} = mgh$$

**Опр. Потенциальная энергия упругодеформированного тела** – энергия тел, подвергшихся упругой деформации

$$W_{\text{пот.}} = \frac{kx^2}{2}$$

## 1.2. Криволинейное движение. Вращательное движение абсолютно упругого тела

В любой точке траектории движение материальной точки можно рассматривать как вращательное движение по окружности,



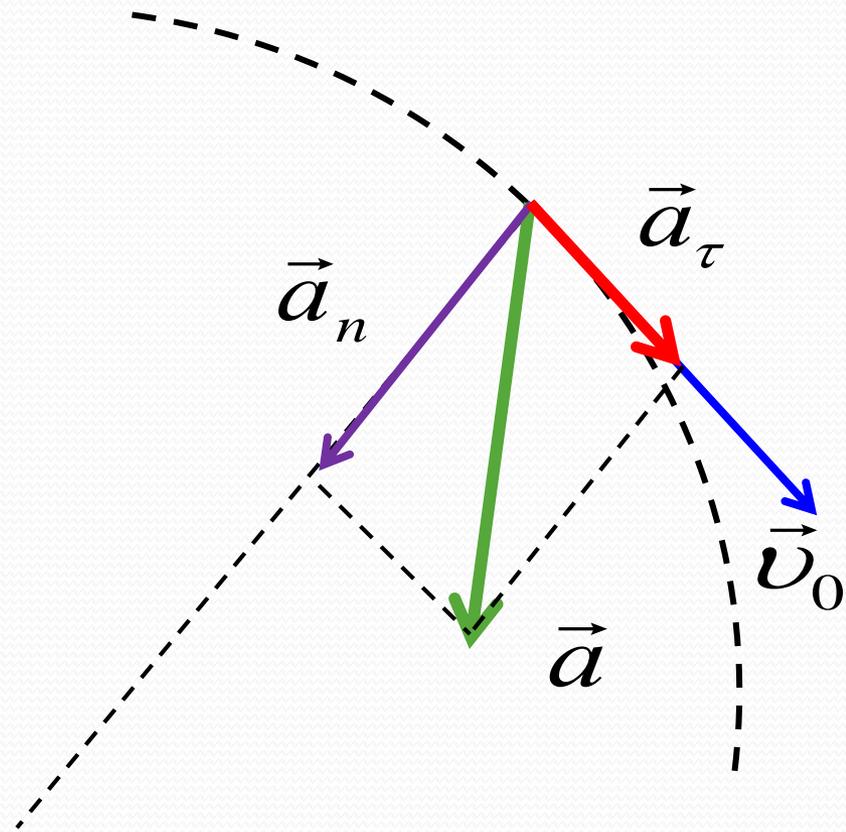
Саму величину  $r$  называют **радиусом кривизны траектории** в данной точке

**Опр. Тангенсальное ускорение** – ускорение, характеризующее изменение скорости по модулю

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}$$

**Опр. Нормальное ускорение** – ускорение, характеризующее изменение скорости по направлению

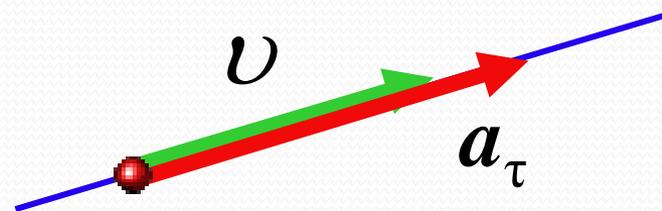
$$a_n = \frac{v^2}{r}$$



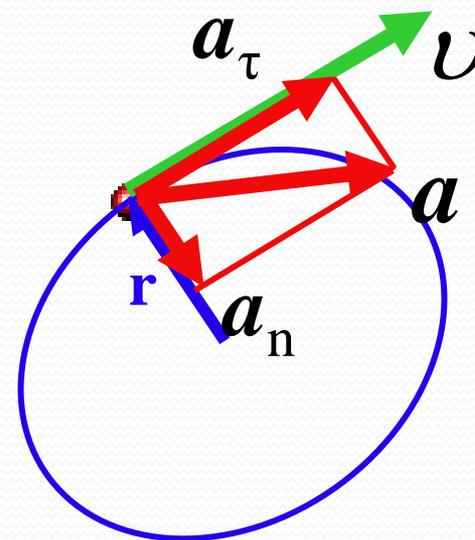
$$\vec{a}(t) = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_n$$

Чтобы более наглядно представить свойства введенных составляющих полного ускорения, рассмотрим примеры движений частицы, при которых эти составляющие возникают

*Частица движется прямолинейно*



*Частица движется по дуге окружности*





**Опр. Угловое ускорение** – ф.в., характеризующая быстроту изменения угловой скорости

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$
$$\vec{\varepsilon} = \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right]$$

Второй закон Ньютона для вращательного движения материальной точки массы  $m$ :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

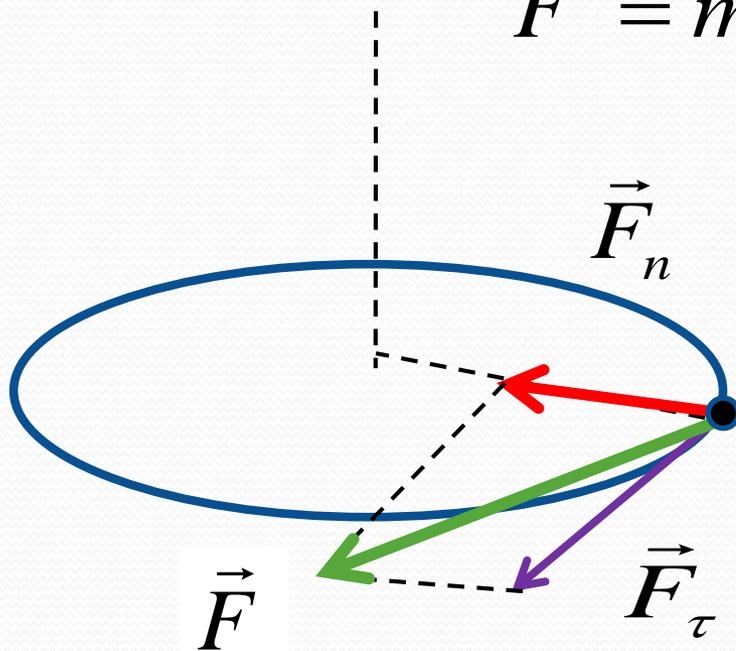
$$a_{\tau} = \varepsilon \cdot r$$



$$F_{\tau} = m \cdot \varepsilon \cdot r$$



$$F_{\tau} \cdot r = m \cdot \varepsilon \cdot r \cdot r$$



**Опр. Моментом силы** относительно оси - вектор, направленный по оси вращения и связанный с направлением силы правилом буравчика и модуль которого равен произведению силы на ее плечо  $M = F \cdot l$

$$M = m \cdot r^2 \cdot \varepsilon$$

**Опр. Момент инерции** – ф.в., характеризующая способность тела совершать вращательное движение после прекращения действия момента сил

$$I = mr^2$$

$$[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\vec{M} = I \vec{\varepsilon}$$

**II закон Ньютона для вращательного движения:** Угловое ускорение тела прямо пропорционально суммарному моменту внешних сил и обратно пропорционально моменту инерции тела

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\vec{L}$$

$$\frac{\vec{M}}{I} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{M}dt = Id\vec{\omega} = d(I\vec{\omega}) = d\vec{L}$$

**Опр. Момент импульса твёрдого тела** – это произведение момента инерции твёрдого тела на угловую скорость:

**Второй закон Ньютона для вращательного движения абсолютно твёрдого тела в импульсной**

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Если момент сил  
равен нулю

система замкнута  $\sum \vec{F}^{\text{внешн.}} = 0$

внешние силы  
параллельны  
закреплённой  
оси вращения

у внешних сил нет  
касательных  
составляющих (вектор  
силы проходит через ось  
или центр вращения)

то  $\sum \vec{M}^{\text{внешн.}} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$

**Закон сохранения момента импульса:**

## Кинетическая энергия вращения

$$v = r \cdot \omega$$

$$W = \frac{m v^2}{2}$$

$$W = \frac{m \omega^2 \cdot r^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} (m \cdot r^2)$$

$$W = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

$$W_{\text{кин.}} = W_{\text{пост.}} + W_{\text{вращ.}} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

Для катящегося тела:

# Простые механизмы

Рычаг

Наклонная  
плоскость

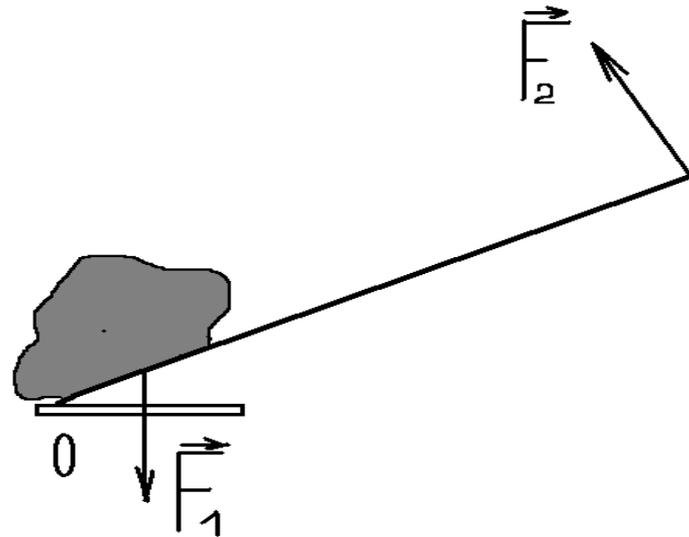
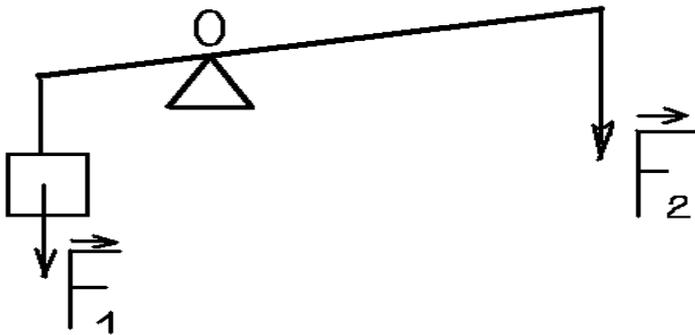
Блок

Ворот

Клин

Винт

# Рычаг первого рода и второго рода

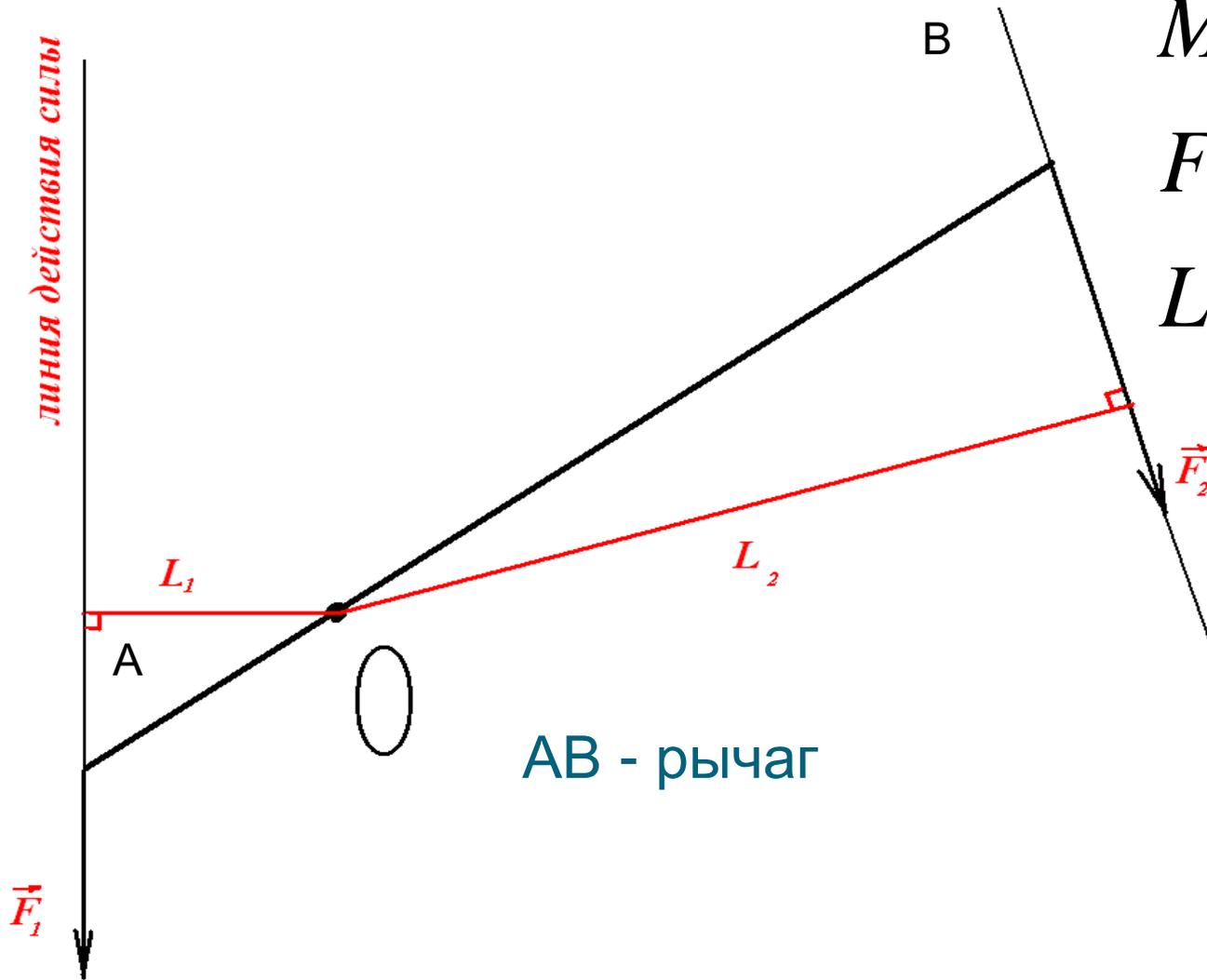


$$M = FL$$

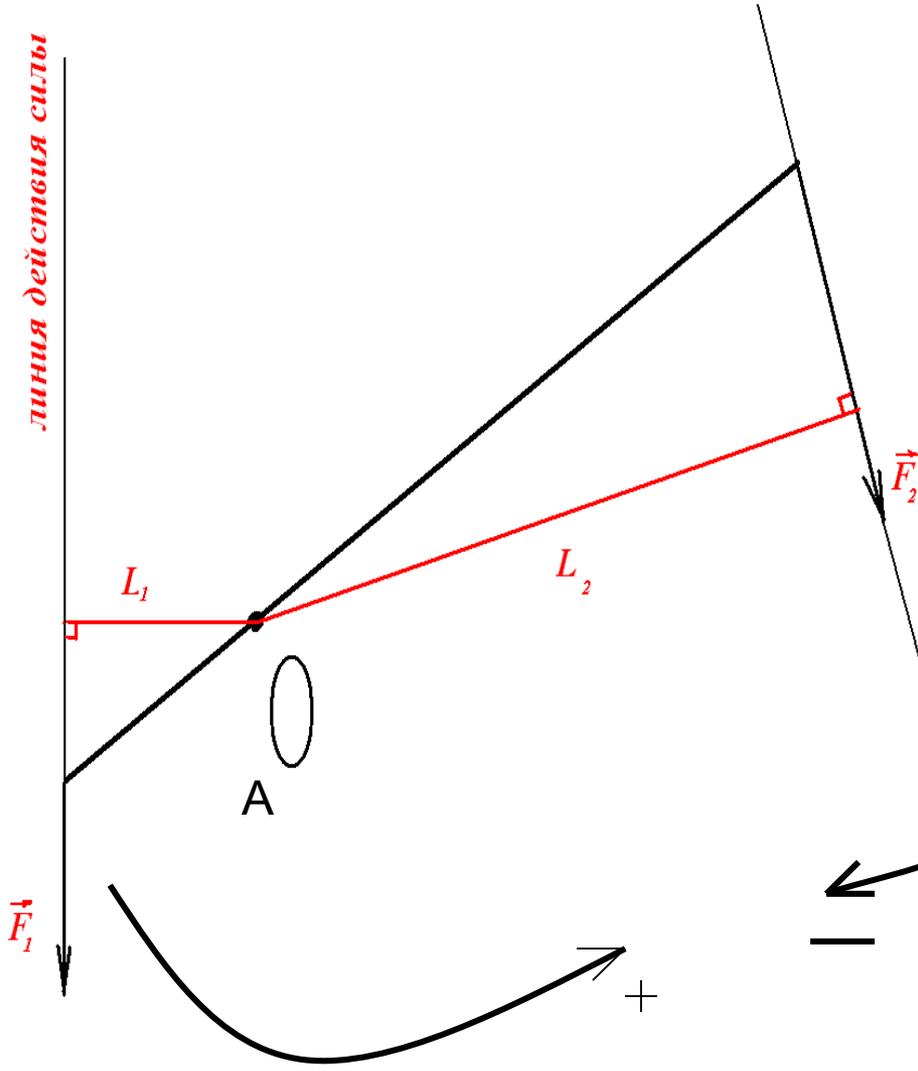
$M$  – момент

$F$  – сила

$L$  – плечо



линия действия силы



$$\sum \vec{M} = J\vec{\varepsilon}$$

$$\sum M = F_1L_1 - F_2L_2$$

$$F_1L_1 - F_2L_2 = 0$$

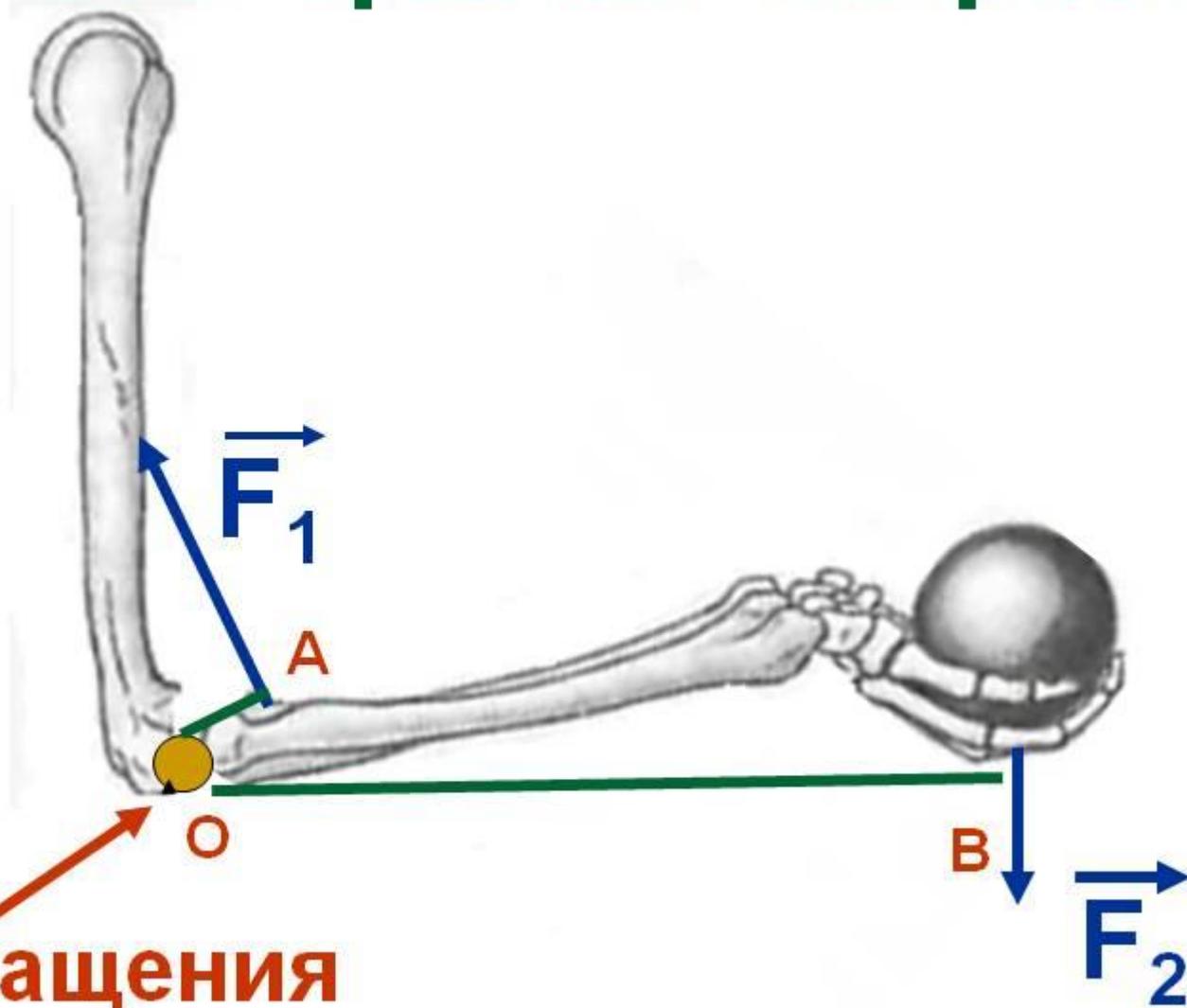
$$F_1L_1 = F_2L_2$$

# Выигрыш в силе.

- Правило моментов позволяет определить условие равновесие рычага
- а также найти выигрыш в силе механизма.

$$F_1 \cdot L_1 = F_2 \cdot L_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{L_1}{L_2}$$

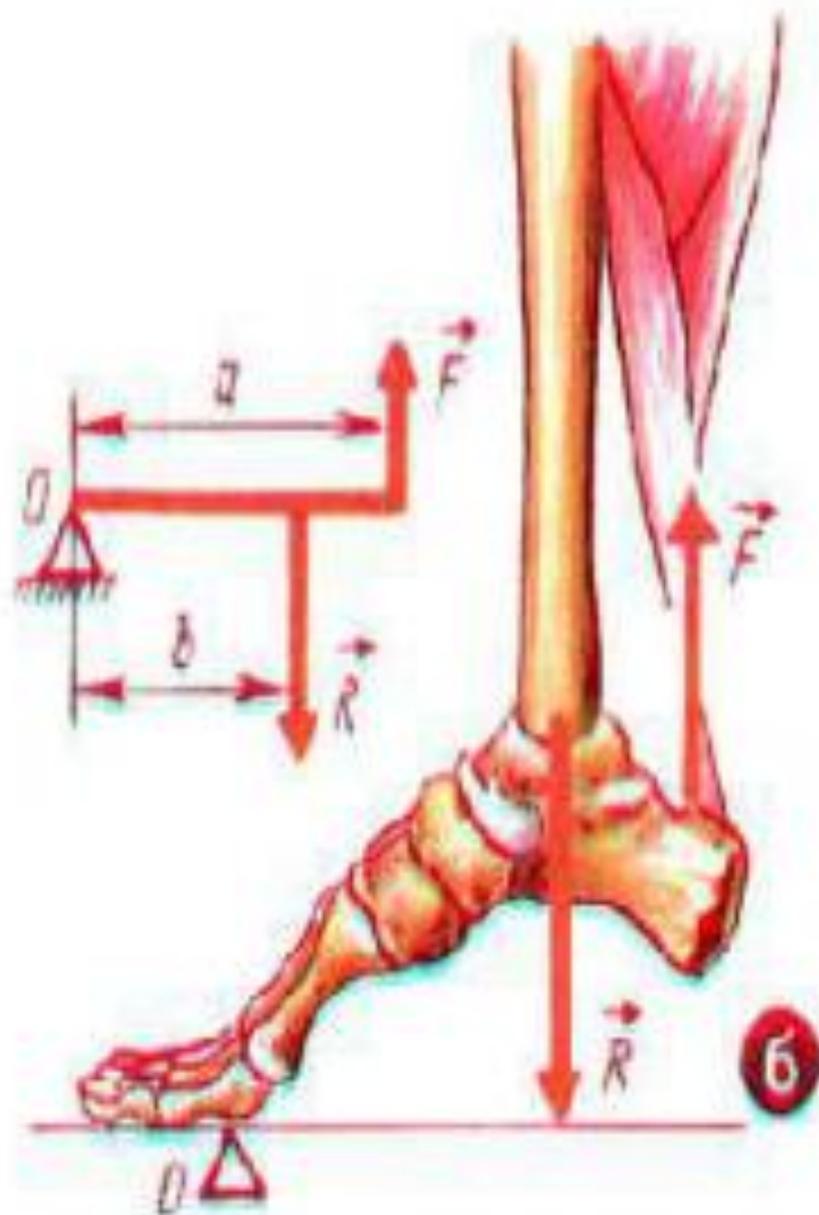
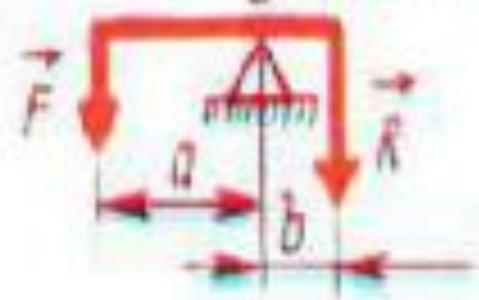
# Рука – это «рычаг скорости»



Ось вращения



**a**



**b**